**Інструкційна картка**

**проведення практичного заняття №10**

**з дисципліни** ***Вища математика***

**Тема:** **Знаходження невизначених інтегралів основними методами.**

**Мета:** *формувати вміння знаходити невизначені інтеграли основними*

*методами.*

***Після виконання практичної роботи студент повинен***

**Знати:** *основні методи знаходження інтегралів.*

**Вміти:** *знаходити невизначені інтеграли основними методами.*

***Матеріально-технічне оснащення робочого місця***

Інструкційна картка, методичні вказівки, калькулятор.

***Інструктаж з техніки безпеки***

Дотримуватись правил техніки безпеки в навчальній аудиторії.

***Зміст і послідовність виконання завдання***

*1. Знайти інтеграли безпосередньо.*

*2. Знайти інтеграли методом заміни змінної.*

*3. Знайти інтеграли методом інтегрування частинами.*

***Методичні рекомендації з виконання та оформлення***

*Практичну роботу оформити на подвійних листках.*

***Рекомендована література***

*1. Литвин І.І. Вища математика. Навчальний посібник. - Київ: Центр навчальної літератури, - 2004. – 368с.; Р 7 п.7.3-7.5;*

*2. Васильченко І.П. Вища математика для економістів. Основні розділи: Підручник. Видання друге. – К.: Кондор-Видавництво, 2012., Р VIII §1-5 с.309;*

*3. Богомолов М. В.Практичні заняття з математики. Навчальний посібник.* ***–*** *К.: Вища школа, 1983. – 447с.; Р 10 §2-4 с.178 .*

Інструкційна картка складена викладачем \_\_\_\_\_\_\_\_\_ Л.О. Петрівська

Розглянуто та схвалено на засіданні циклової комісії

загальноосвітніх дисциплін

Протокол № \_ від \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ серпня 20\_\_ р.

Голова циклової комісії \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В. Д. Гуменюк

Теоретичні відомості

З означення невизначеного інтегралу маємо, що якщо  то . Виходячи з цього та використовуючи формули диференціювання, можна записати таблицю невизначених інтегралів.

1.  2.  3.  4. 

5.  6.  7. 

8.  9.  10. 

**О с н о в н і м е т о д и і н т е г р у в а н н я**

а) Безпосереднє інтегрування.

Під безпосереднім інтегруванням розуміють такий спосіб знаходження інтегралу, коли шляхом тотожних перетворень підінтегральної функції та застосування властивостей невизначеного інтегралу приходять до одного чи декількох табличних інтегралів.

**Приклад 1.** Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Для знаходження інтеграла використаємо формулу з таблиці інтегралів

 .

**Приклад 2.** Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Використаємо властивості степеня з від’ємним показником () і знайдемо невизначений інтеграл від степеневої функції:

.

 **Приклад 3**. Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Використовуємо властивість степеня з дробовим показником

 і знайдемо невизначений інтеграл від степеневої функції:

.

**Приклад 4**. Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Поділивши чисельник на знаменник, отримаємо



**Приклад 5.** Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Відкриємо дужки за формулою  і невизначений інтеграл від отриманої алгебраїчної суми функцій замінимо такою ж алгебраїчною сумою невизначених інтегралів від кожної функції:

.

**Приклад 6.** Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Для знаходження інтегралу використаємо формулу  і властивості невизначеного інтегралу:

.

2) Інтегрування методом заміни змінної

Суть даного методу полягає в тому, що шляхом введення нової змінної інтегрування вдається звести заданий інтеграл до нового інтегралу, який порівняно легко береться безпосередньо. Розглянемо цей метод.

Нехай функція - неперервна функція і потрібно знайти , причому безпосередньо важко підібрати таку функцію , щоб  або .

Зробимо заміну змінної інтегрування  за формулою ,

де функція монотонна, має неперервну похідну і існує складена функція (а відповідно і ). Застосувавши до  формулу диференціювання складеної функції, отримаємо



Але , тому

.

Таким чином, функція  є первісною для функції , і тому

.

Враховуючи, що , отримали формулу заміни змінної в невизначеному інтегралі



**Приклад 7**. Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Нехай .

=

**Приклад 8**. Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Зробимо підстановку , тоді .

Отримаємо такий інтеграл .

**Приклад 9**. Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Зробимо підстановку , тоді .

Далі 

**Приклад 10.** Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Нехай , тоді  Отримаємо:



**Приклад 11**. Знайти інтеграл 

Розв’язання:

Нехай , тоді  Далі отримаємо:



3) Метод інтегрування частинами

Виведемо формулу інтегрування частинами.

Нехай функції  і  мають неперервні похідні на деякому проміжку. Відомо, що 

Знайдемо диференціал добутку цих функцій: 



Так як за умовою функції  і  неперервні, можна про інтегрувати обидві частини даної рівності, отримаємо: або .

Але , тоді

 (1)

В правій частині формули (1) постійну інтегрування не пишуть, тому що вона фактично присутня в інтегралі . Формула (1) називається ***формулою інтегрування частинами.***

Суть методу інтегрування частинами відповідає його назві. Діло в тому, що при обчисленні інтеграла цим методом підінтегральний вираз  записується у вигляді добутку множників  і ; при цьому  завжди входить до. В результаті отримуємо, що заданий інтеграл знаходять частинами: спочатку знаходять , а потім . Природно, що цей метод можна застосовувати лише у випадку, якщо задача знаходження вказаних двох інтегралів більш простіша, ніж знаходження заданого інтегралу.

При знаходженні інтегралів методом інтегрування частинами головним є правильне розбиття підінтегрального виразу на множники  і .

Метод інтегрування частинами застосовують при інтегруванні функцій, що містять добуток, логарифми, обернені тригонометричні функції.

Тобто, знаходження  зводиться до обчислення  який повинен виявитись більш простим або табличним інтегралом.

При використанні методу інтегрування частинами підінтегральну функцію представляють у вигляді добутку двох множників  та знаходять  Якщо одержаний інтеграл  виявився складним, то можна спробувати поміняти значення 

**Приклад 12.** Знайти інтеграл 

Розв’язання:



**Приклад 13.** Знайти інтеграл 

Розв’язання:



**Приклад 14.** Знайти інтеграл 

Розв’язання:



Знайдемо другий доданок окремо.

.

Підставимо в шуканий інтеграл



**Приклад 15.** Знайти інтеграл 

Розв’язання:



*Завдання для колективної роботи*

1. Знайти невизначені інтеграли

а) методом безпосереднього інтегрування:

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 

б) методом заміни змінної:

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 

в) методом інтегрування частинами:

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 

*Завдання для індивідуальної роботи*

**Варіант 1**

1. Для функції  знайти первісну, графік якої проходить через точку А ( 0; 1).

2. Знайти загальний вигляд первісних для функцій:

а)  б) .

3. Знайти невизначені інтеграли:

а)  б) .

**Варіант 2**

1. Для функції  знайти первісну, графік якої проходить через точку А ( 0; 1).

2. Знайти загальний вигляд первісних для функцій:

а)  б) .

3. Знайти невизначені інтеграли:

а)  б) .